Multiplikator

A Wesen

B Berechnung

C Gleichgewichtseinkommen und Multiplikator

1 Investitionsstoß
- tabellarisch
- rechnerisch
- schaubildlich

2 Dauernde Investition
- schaubildlich
- graphisch
- rechner

zwei Extremformen vielfältiger Möglichkeiten
als Maßstab

Um wieviel steigt das Volkseinkommen (Y), wenn eine zusätzliche Investition in Höhe von ΔI hinzutritt?
Multiplikator (der das wieviel ausdrückt) sei k genannt.

(8.12) $$\Delta Y = k \cdot \Delta I \quad \text{bezw.} \quad k = \frac{\Delta Y}{\Delta I}$$

$Y = C + I$, dann auch $\Delta Y = \Delta C + \Delta I$ und $\Delta I = \Delta Y - \Delta C$

(8.13) $$k = \frac{\Delta Y}{\Delta Y - \Delta C}$$ erweitert mit $\frac{1}{\Delta Y}$

(8.14) $$k = \frac{\frac{\Delta Y}{\Delta Y}}{\frac{\Delta Y}{\Delta Y} - \frac{\Delta C}{\Delta Y}} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta C}{\Delta Y}} \quad \frac{1}{1-c'} =$$

(8.15) $$k = \frac{1}{s'}.$$

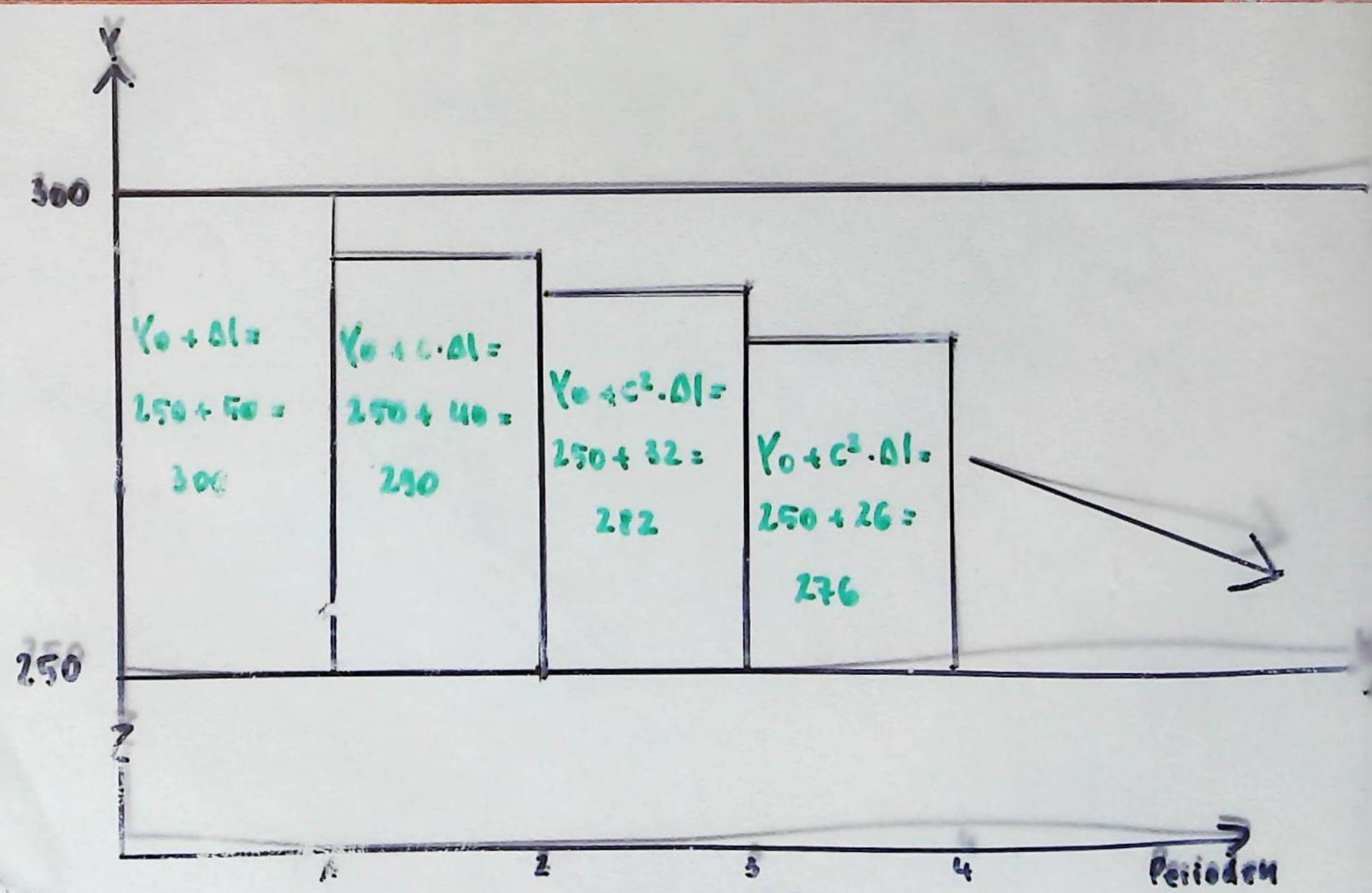


Abb: 8|5, S: 129

Aus Tabelle 8/4, S. 128 folgt:

(8.16) $$\Delta Y_t = c \cdot \Delta Y_{t-1}$$

linear-homogene Differenzengleichung 1. Ordnung

(8.17) $$\Delta Y_1 = c \cdot \Delta Y_0$$

Anfangsbedingung

$40 = 0{,}8(50)$ in Periode 2

Zuwachs von 50 in Periode 1 $= \Delta Y_0$

$$\Delta Y_2 = c \cdot \Delta Y_1 = c(c \cdot \Delta Y_0) = c^2 \cdot \Delta Y_0 \qquad 0{,}8^2(50) = 32$$

$$\Delta Y_3 = c \cdot \Delta Y_2 = c(c^2 \cdot \Delta Y_0) = c^3 \cdot \Delta Y_0 \qquad 0{,}8^3(50) = 25{,}6$$

(8.18) $$\Delta Y_4 = c \cdot \Delta Y_3 = c(c^3 \cdot \Delta Y_0) = c^4 \cdot \Delta Y_0 \qquad 0{,}8^4(50) = 20{,}5$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\Delta Y_n = c \cdot \Delta Y_{n-1} = c^n \cdot \Delta Y_0 .$$

(8.19) $$\lim_{n \to \infty} c^n = 0$$

$c < 1$, daher konvergente geometrische Reihe

(8.20) $$\Delta Y_n = 0 \cdot \Delta Y_0 \qquad 0(50) = 0$$

Die einmalige Zusatzinvestition von $\Delta Y = \Delta I = 50$ führt nach n Runden zum Ausgangsgleichgewicht zurück; siehe Tabelle 8/4

Dauernde Investition

in jeder Runde werden $\Delta I = 50$ immer wieder neu zusätzlich ausgegeben

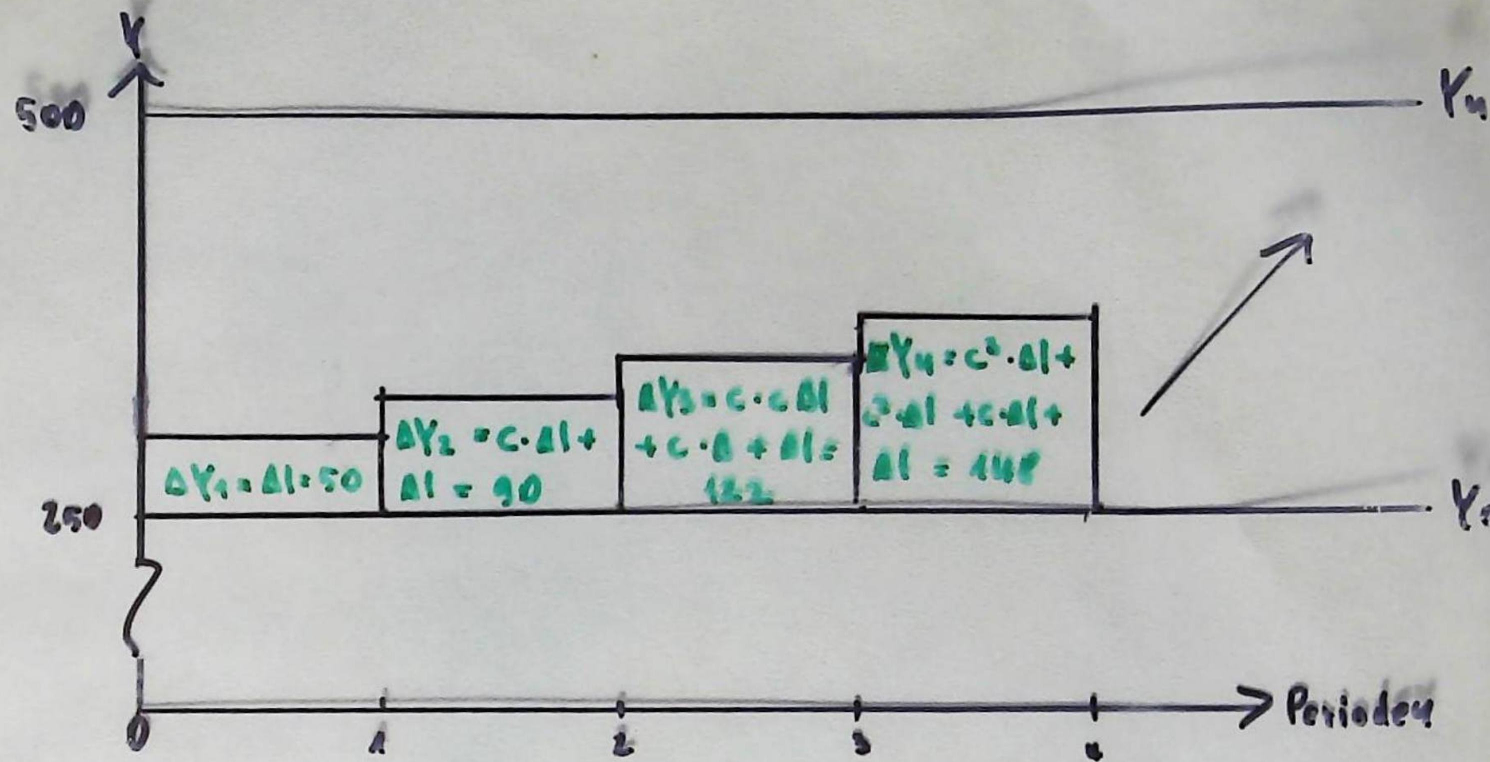


Abb. 8/6, S. 131

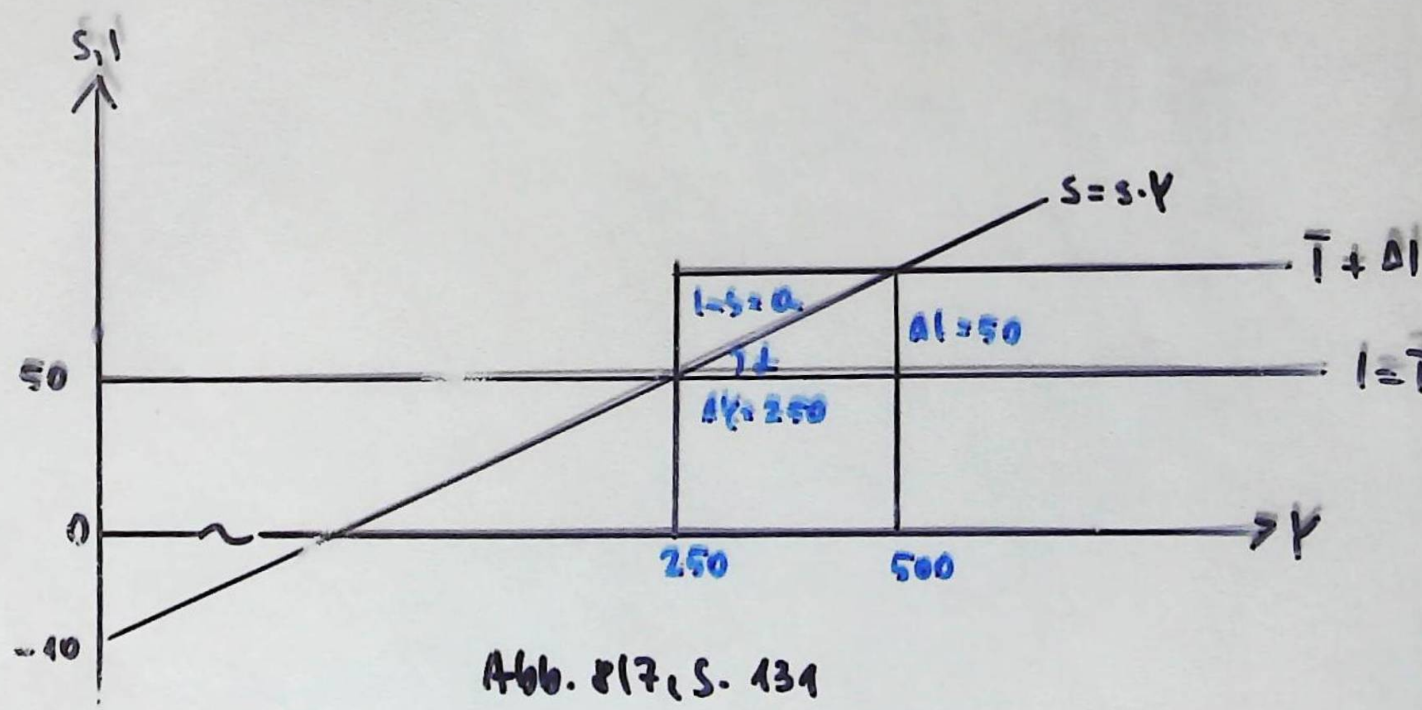


Abb. 8/7, S. 131

(8.21) $\tan\alpha = \frac{\Delta I}{\Delta Y}$ bezw. $\Delta Y = \frac{1}{\tan\alpha} \cdot \Delta I$

$\tan\alpha$ = Steigung der Sparfunktion $s' = s$

(8.22) $\Delta Y = \frac{1}{s} \cdot \Delta I$ $\quad 250 = \frac{1}{0{,}2} \cdot 50$

nach Tabelle 8/4

Runde 1:

(8.24) $\Delta Y_0 = \Delta I$ $50 = 50$

Runde 2:

(8.25) $\Delta Y_1 = c \cdot \Delta Y_0 + \Delta I$ $90 = 0{,}8(50) + 50$

Runde 3:

(8.26) $\Delta Y_2 = c \cdot \Delta Y_1 + \Delta I$
$= c(c \cdot \Delta Y_0 + \Delta I) + \Delta I$
$= c^2 \cdot \Delta Y_0 + c \cdot \Delta I + \Delta I.$

Runde 4:

(8.27) $\Delta Y_3 = c^3 \cdot \Delta Y_0 + c^2 \cdot \Delta I + c \cdot \Delta I + \Delta I$

Für die Runde t kann man erwarten:

(8.28) $\Delta Y_t = c^t \cdot \Delta Y_0 + c^{t-1} \cdot \Delta I + \ldots + c \cdot \Delta I + \Delta I$
$= c^t \cdot \Delta Y_0 + \Delta I (1 + c + c^2 + \ldots + c^{t-1})$

geometrische Reihe mit Anfangsglied ΔI und Quotienten c

$$S = \frac{\Delta I (1 - c^t)}{1 - c}$$

$$\Delta Y_t = c^t \cdot \Delta Y_0 + \frac{\Delta I (1 - c^t)}{1 - c}$$ c^t konvergiert

bei $t \to \infty$ dem Wert Null, was uns gestattet zu schreiben

$$\Delta Y_t = \frac{\Delta I}{1 - c}$$ $250 = \frac{50}{1 - 0{,}8} = \frac{50}{0{,}2}$

Runde t ist Y: $250 + 250 = 500$

Probleme:

(1) c und s nicht konstant

(2) Spargelder sind in Wirklichkeit keine "leakages"

(3) je höher c (je niedriger s) desto nachhaltiger wirkt ΔI

(4) Zeitdimension vernachlässigt. Lange Spannen zwischen Primäreinkommen, Sekundäreinkommen, etc. bremsen den Ablauf. Wichtig sind die ersten Runden $(\Delta I, c \cdot \Delta I, c^2 \cdot \Delta I)$ weil multiplizierende Wirkung gliedweise abnimmt. Also Eingabe von ΔI am besten dort, wo Schubladenprogramme (Bahn, Post, Schiffahrtswege)

(5) Aussickern ins Ausland vermeiden. Mehr Güterimporte mit höherem Sparen wirkungsgleich.

(6) Minutorprozeß = rückwärts verlaufender Multiplikatorprozeß durch $-\Delta I$. Gefahren der Zentralbankpolitik.

(7) Multiplikand auch D, X, G, also

$$\Delta Y = \frac{1}{s'} (\Delta I + \Delta D + \Delta X + \Delta G).$$

Investitionen

autonome → Datenänderungen (exogen) → nicht ertragsbestimmt

(Kanalisation, Schulen)

induzierte (abgeleitete) → Variablenänderungen (endogen) → ertragsbestimmt

(mehr Nachfrage → mehr Investitionen

↓

davon: $I^{ind} = f(\Delta C)$: I direkt abhäng
von Nachfrageänderungen

Multiplikator- Voraussetzung: Kapazitätsreserven!

Durch ΔI verursachte Mehrnachfrage treibt zur Expansion.

Jetzt: Konsumgüterindustrie hat keine Reserven
Investitionsgüterindustrie hat Reserven

Voraussetzungen:

(1) KGI keine Reserven, IGI hat Reserven. Falls Mehrnachfrage der KGI auf unelastisches Angebot stößt: ⇒ Preissteigerung → Lieferfristen.

(2) $+\Delta C$ wird von KGI als dauernd angesehen: es wird investiert. Wenn nicht: Preissteigerung (Auslesefunktion des Preises!), kein Akzelerationseffekt

(3) Konstanz der Technik. Kapitalsparender technischer Fortschritt würde β vermindern

Jahr	Tagesverkauf Stück	Maschinen Anzahl	Ersatz Anzahl	Zukauf Anzahl	Gesamtinvestition
1	50 000	10	2	0	2
2	50 000	10	2	0	2
3	50 000	10	2	0	2
4	100 000	20	2	10	12
5	200 000	40	2	20	22
6	300 000	60	2	20	22
7	350 000	70	2	10	12
8	400 000	80	2	10	12
9	400 000	80	12	0	12
10	400 000	80	22	0	22
11	50 000	10	0	0	0

Ersatz in 5 J.

(1) Wächst der Konsum mit steigender Rate, so wachsen die induzierten Investitionen

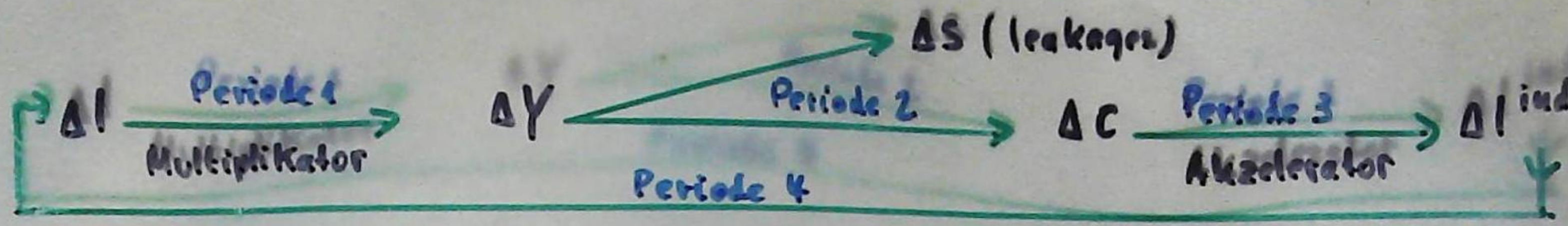
(2) Wächst der Konsum mit konstanter Rate, so verharren die induzierten Nettoinvestitionen auf gleichem Niveau (Jahr 7 auf 8)

(3) Wird die Zuwachsrate des Konsums Null, dann sinken die induzierten Nettoinvestitionen (Jahr 9 auf 10)

(4) Geht der Verbrauch absolut zurück, so erscheint eine Nullinvestition

$$I_t^{ind} = \beta (C_t - C_{t-1})$$

Interaktion von Multiplikator- und Akzeleratorprinzip



(8.46) $Y_t = C_t + I_t$

(8.47) $C_t = cY_{t-1} + C^{aut}$

(8.48) $I_t^{ind} = \beta(C_t - C_{t-1})$

(8.49) $Y_t = cY_{t-1} + \beta(C_t - C_{t-1}) + C^{aut} + I^{aut}$

(8.50) $Y_t = cY_{t-1} + \beta(cY_{t-1} - cY_{t-2}) + C^{aut} + I^{aut}$

(8.51) $Y_t = c(1+\beta)Y_{t-1} - c\beta Y_{t-2} + C^{aut} + I^{aut}$

lineare Differenzengleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Lösung des homogenen Teils:

Erfahrung bei Multiplikatorgleichungen nutzen: $Y_t = x^t$

(8.52) $x^t = c(1+\beta)x^{t-1} - c\beta x^{t-2} \quad | : x^{t-2}$ Basis mit der Differenz der Exp. potenzieren:

(8.52a) $x^{t-(t-2)} = c(1+\beta)x^{t-1-(t-2)} - c\beta x^{t-2-(t-2)}$

(8.53) $x^2 = c(1+\beta)x - c\beta$ ordnen nach fallenden Expon.:

(8.54) $x^2 - c(1+\beta)x + c\beta = 0$

gemischt-quadratische Gleichung zweiten Grades

(1) Glied ohne x auf rechte Seite (2) Quadratische Ergänzung suchen: sie ist + und gleich dem halben Faktor von x zum Quadrat (3) Vollständiges Quadrat in Klammern umformen (4) Beide Seiten radizieren

$$(8.54a)\quad x^2 - c(1+\beta)x = -c\beta$$

$$(8.54b)\quad x^2 - c(1+\beta)x + \left(\frac{c(1+\beta)}{2}\right)^2 = -c\beta + \left(\frac{c(1+\beta)}{2}\right.$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$(8.54c)\quad \left(x - \frac{c(1+\beta)}{2}\right)^2 = \frac{c^2(1+\beta)^2}{4} - c\beta$$

$$(8.54d)\quad x - \frac{c(1+\beta)}{2} = \sqrt{\frac{c^2(1+\beta)^2}{4} - c\beta}$$

auf Haupt-
nenner bringen

$$(8.54e)\quad x_{1|2} = \frac{c(1+\beta)}{2} \pm \sqrt{\frac{c^2(1+\beta)^2 - 4c\beta}{2}}$$

Annahme: $c = 0{,}8$; $\beta = 2$ (realistisch!)

$$(8.54f)\quad x_{1|2} = \frac{0{,}8(1+2)}{2} \pm \frac{\sqrt{0{,}64(1+2)^2 - 6{,}4}}{2}$$

$$(8.54g)\quad x_{1|2} = \frac{0{,}8(3)}{2} \pm \frac{\sqrt{-0{,}64}}{2}$$

$$(8{,}54h)\quad x_{1|2} = 2{,}4 \pm \sqrt{-0{,}64}$$

negative Zahl als Ergebnis
ganzzahliger Potenzierung!

Zweite Potenz ist negative Zahl : imaginäre Zahl $i = \sqrt{-1}$ ($\sqrt{0{,}64}$

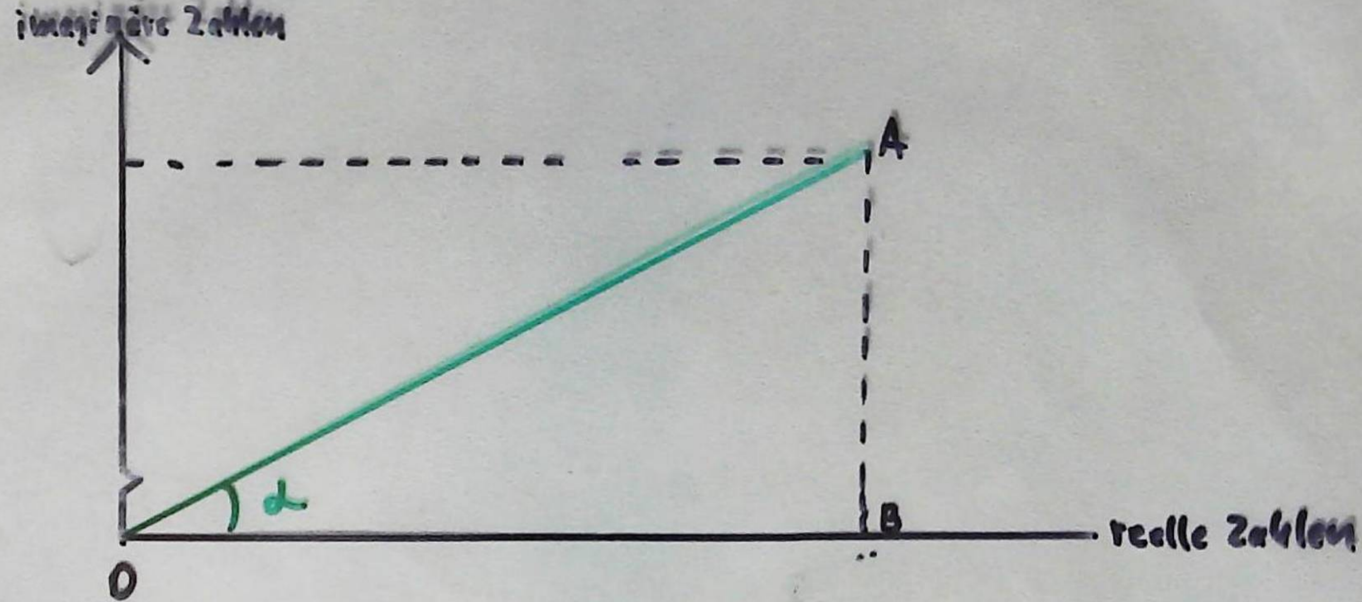
reelle Zahl $\pm$ imaginäre Zahl = Komplexe Zahl!

Konjugiert-komplexe Zahl

Allgemeine Form einer Konjugiert-Komplexen Zahl:

(8.62) $L_1 = a + bi$ a = reelle Zahl, angenommen 3 $L_1 = 3 + 4i$

$L_2 = a - bi$ b sei 4 ; i = imaginäre Zahl



(8.63) $\sin\alpha = \frac{AB}{0A} = \frac{3}{0A}$ $\cos\alpha = \frac{0B}{0A} = \frac{4}{0A}$

(8.64) $3 = 0A \cdot \sin\alpha$ und $4 = 0A \cdot \cos\alpha$

(8.65) = (8.64) in (8.62) $0A \cdot \cos\alpha + i\, 0A \cdot \sin\alpha$

⋮

(8.80) $\boxed{Y_t = D^t (A \cos\alpha t + B \sin\alpha t) + \frac{I_{aut}}{1-c} + \frac{C_{aut}}{1-c}}$